

Milan Živanović¹

Akademija vaspitačko-medicinskih strukovnih studija, Odsek vaspitačkih studija Kruševac

Jelena Stojkanović²

Gimnazija „Josif Pančić”, Bajina Bašta

Original scientific paper

UDK: 37.025

DOI: 10.5937/lstrPed2501217Z

STAV UČENIKA GIMNAZIJE O VEZI MATEMATIKE I ŠAHA

Rezime: Matematika i šah imaju mnogo toga zajedničkog. Forme mišljenja matematičara i šahista su veoma bliske te nije čudno što su matematičari imali prilično uspeha na šahovskim takmičenjima. Bivši svetski prvaci u šahu Lasker i Eve bili su profesionalni matematičari, a Talj i Karpov su u mladosti pokazivali izuzetne matematičke sposobnosti. Vrhunski matematičari, Ojler i Gaus, bavili su se kombinatornim problemima sa figurama na šahovskoj tabli – prvi putanjama skakača, a drugi rasporedom dama na šahovskoj tabli. Svojom prirodom matematički problemi na šahovskoj tabli nalaze u različite matematičke discipline. Ti problemi su u početku bili najčešće kombinatornog, aritmetičkog ili geometrijskog tipa. Kasnije se rešavanju šahovske problematike prilazi i sa pozicija teorije grafova i kibernetike. Sve to implicira i povezanost šaha i nastave matematike. Istraživanja u svetu su o ovom problemu dala oprečne stavove. Od onih koji smatraju da igranje šaha podstiče kognitivni razvoj pa samim tim i učenje matematike do onih koji to opovrgavaju. Postavlja se pitanje kakvo mišljenje o tome imaju učenici u našim gimnazijama. Stoga smo kao predmet istraživanja postavili mišljenje učenika gimnazija o povezanosti pojedinih matematičkih disciplina sa šahom, sa ciljem da se utvrdi koliko to utiče na njihovu zainteresovanost za uvođenje šaha kao izbornog predmeta u nastavnim planovima gimnazija. Naša pretpostavka je da će učenici visoko oceniti korelaciju šaha sa matematikom, a time i sa učenjem matematike, te da će se na osnovu toga izjasniti afirmativno o potrebi uvođenja šaha u neki vid nastave. Istraživanje je izvedeno školske 2023/24. godine na uzorku od 137 učenika Gimnazije „Josif Pančić“ u Bajinoj Bašti. Učenicima je postavljen Gugl upitnik u kojem su oni procenjivali povezanost matematičkih disciplina i šaha. U odgovorima posebno je istaknuta povezanost šaha sa matematičkom logikom i kombinatorikom, dok se skoro dvotrećinska većina učenika izjasnila pozitivno za uvođenje šaha u izborni program gimnazija.

Ključne reči: nastava matematike, šah, problemska nastava, izborni predmet.

Uvod

Da biste pobedili u šahu, morate logično razmišljati, kombinovati nekoliko poteza unapred i biti izuzetno oprezni. Ni u matematici se ne može bez logike i preciznog proračuna. Iz ovoga sledi, da je oblik razmišljanja matematičara i šahiste dosta sličan. Baš kao što se šahovska partija odvija u skladu sa pravilima igre, ne ostavljujući nikakve sumnje o tome koji je potez moguć a koji ne, tako se matematička teorija razvija na osnovu njenih „pravila igre“ – aksioma i pravila zaključivanja. Rešavanje šahovog problema je kao dokaz matematičke teoreme: čitava šahovska igra se u potpunosti uklapa u okvir matematike, predstavljajući neku vrstu složenog „računa“ (Gik, 1983). Štaviše, svaka šahovska kombinacija nije ništa drugo do čisto matematička vežba (što se ne može reći za igru, gde je i psihologija nužno uključena). Dakle, neko ko ceni „lepotu“ odigrane kombinacije zapravo odaje priznanje lepoti matematike, čak i ako ta lepota nije tako uviđena. Svaki šahovski meč je apoteoza matematike (Hardy, 1940).

¹ mzivanovic@vaspks.edu.rs; <https://orcid.org/0000-0001-9705-2955>

² jelena.stojkanovic79@gmail.com; <https://orcid.org/0009-0003-7330-1576>

Metoda učenja kroz igru se izborila za svoj status u nastavi. U praksi je ona preovlađujuća u najranijem periodu obrazovanja, a sa uzrastom njena primena opada. Može se reći da je taj trend donekle opravdan usložnjavanjem nastavnih sadržaja, ali, takođe, i da za metodu učenja kroz igru treba naći mesta u srednjoj školi i starijim uzrastima osnovne škole. Matematičko-logičke igre učeniku obezbeđuju: mogućnost eksperimenta, uočavanje sopstvenih grešaka i njihovog ispravljanja, rešavanje problema na vise načina u potrazi za što efikasnijim rešenjima, podsticanje inicijative i ambicije u odbrani svojih zaključaka (Živanović, 2016). Efektivnost učenja uz igru eksperimentalno je potvrđena od strane pedagoga (Randel, Morris, Wetzel, & Whitehill, 1992). Učenje matematike uz probleme na šahovskoj tabli u vanškolskim uslovima ima elemente učenja uz igru. Šah svojom popularnošću ima jake motivacione impulse za učenje, a raznovrsnost problematike održava taj motivacioni potencijal. Probleme je moguće rešavati istraživanjem sa punim učešćem principa očiglednosti. Na osnovu „empirijskih rezultata“ učenik dolazi do izvesnih zaključaka koje misaonim, logičko-kombinatornim operacijama apstrahuje i veoma često do rešenja dolazi „aha“ efektom. Učenje u takvom okruženju nesumnjivo daje kvalitetna i dugoročna znanja primenljiva u situacijama koje ne moraju obavezno imati uočljivo analogno okruženje.

Brojni istraživači su tvrdili da šah može poboljšati obrazovni učinak učenika (Kazemi, Yektayar, & Abad, 2012; Scholz et al., 2008; Smith & Cage, 2000; Trinchero, 2013). Sala i Gobet (2017) su izjavili da šah „kombinuje numeričke, prostorne, vremenske i kombinatorne aspekte i pomaže u podsticanju pažnje, rešavanju problema i samokontrole mišljenja (tj. metakognicije)“. Štaviše, razvija osećaj dalekovidosti. Čovek treba da razmišlja mnogo unapred kako bi izbegao greške dok se kreće figurama po tabli. Slično, u matematici se od nas traži da pri rešavanju problema predviđamo nekoliko koraka unapred u našim razmatranjima (Tanajyan, Melkonyan, & Movsisyan, 2021). Međutim, Gobet & Campitelli (2006) su tvrdili da „obrazovni efekti šahovske obuke ostaju neodređeni“ i da „obavezna nastava šaha može izazvati motivacione probleme kod učenika“.

Svojom prirodom matematički problemi na šahovskoj tabli zalaze u različite matematičke discipline. Ti problemi su u početku bili najčešće kombinatornog ili geometrijskog tipa. Kasnije se rešavanju šahovske problematike prilazi i sa pozicija teorije grafova, kibernetike i programiranja. Potpunu i jasnu klasifikaciju matematičkih zadataka na šahovskoj tabli nije moguće napraviti zbog preplitanja matematičkih disciplina i metoda kojima se prilazi njihovom rešavanju.

Čuveni matematički problemi na šahovskoj tabli

Počećemo sa opšte poznatom legendom o nastanku šaha. Kada je persijski šah (u nekim verzijama indijski car) bio upoznat sa igrom, bio je oduševljen njenom logičkom zahtevnošću i kombinatornim mogućnostima. U znak zahvalnosti mudracu koji je izumeo igru obećao je da će mu ispuniti bilo koju želju. Bio je jako iznenaden mudračevom skromnošću da nagrada bude izražena u broju zrna pšenice koje treba da postavi na šahovsku tablu. Mudrac je tražio da mu šah na prvo polje table postavi jedno zrno, na drugo dva, na treće četiri i tako dalje redom, na svako novo polje dva puta više zrna u odnosu na prethodno. Već sledećeg dana dvorski naučnici su saopštili šahu da je tu nagradu nemoguće ispuniti. Potreban broj zrna za nagradu je $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1$. To je fantastično veliki broj koji se zapisuje pomoću 20 cifara. Ipak šah se snašao. Poklonio je mudracu ogromnu količinu žita tvrdeći da je tu tačan broj dogovorenih zrna, a ako ovaj ne veruje – neka sam proveri prebrojavanjem.

Problemom pronalaženja putanja kojim skakač treba da pređe celu šahovsku tablu bavio se Ojler. On je i dao jednu metodu za pronalaženje takvih putanja. Najpre su pronađene otvorene putanje skakača, a kasnije i zatvorene u kojima se skakač sa poslednjeg polja u sledećem potezu može vratiti na polazno. Tačan broj svih rešenja ovog problema nije određen. Za iznalaženje putanja vrlo je važno Varnsdorfovovo pravilo: U maršuti na šahovskoj tabli skakača postaviti na polje sa koga može preći na minimalan broj preostalih slobodnih polja. Ukoliko je takvih polja više, skakača je moguće postaviti na bilo koje od njih (Okunev, 1935). Dugo se smatralo da je pravilo istinito. Tek su računske mašine došle do rezultata da drugi uslov nije uvek efektivan. Odnosno da sva polja sa kojih se može preći na

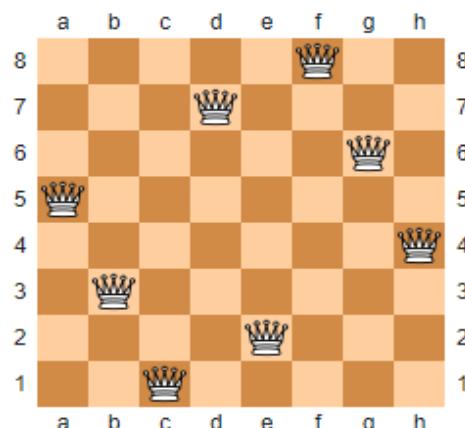
isti broj slobodnih polja nisu ravnopravna i da se u nekim izborima može doći u čorsokak. Ipak, u praksi je takav slučaj veoma malo verovatan tako da se pravilo i dalje koristi. Na slici 1. jeste jedno Ojlerovo rešenje problema skakačeve maršrute na šahovskoj tabli.

1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11

Slika 1. Ojlerovo rešenje problema skakačeve putanje

Jedan od ciljeva problema putanje skakača bio je i da redni brojevi polja kojima se skakač kreće po tabli obrazuju magični kvadrat. Ispostavilo se da je takva putanja nemoguća. Ipak, postoji nekoliko rešenja kod kojih se pojavljuje polumagični kvadrat kod koga su zbroji po vrstama i kolonama 260, ali nisu i po dijagonali. Predstavljeno Ojlerovo rešenje jeste tog tipa, ali zadovoljava i dodatne uslove. Zbir svih brojeva u svakom kvadrantu je takođe isti i iznosi 520. Štaviše, zbir svake polovine reda i polovine kolone je 130. Vizuelizacija ovog, a i drugih matematičkih problema u Geogebri postavljena je u elektronskoj knjizi *Matematika na šahovskoj tabli* (Živanović, 2019).

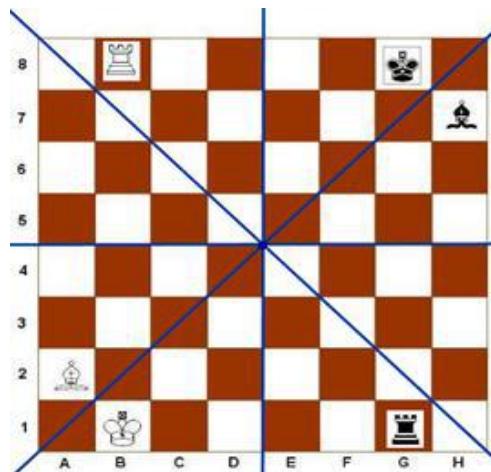
Zadatak de se odredi broj različitih rasporeda 8 dama, a da se međusobno ne tuku prvi je postavio 1848. bavarski šahovski majstor Max Bezzel u berlinskim šahovskim novinama. Problem je kasnije postao poznat pod nazivom *Problem 8 dama*, a bio je interesantan i Gausu, koji je veoma brzo našao 72 rešenja. Zbog toga se često pogrešno tvrdi da je on prvi našao opšte rešenje problema. Još 20, a ukupno 92 različitih rešenja objavio je stomatolog Franc Nauk u lajpciškom časopisu *Illustirte Zeitung* 1850. godine. Dokaz da su brojem 92 iscrpljeni svi mogući različiti rasporedi objavio je tek 1874. godine engleski matematičar J. W. L. Glaisher. Kasnije je dokazano da su pri simetrijama i rotacijama neki od ovih rasporeda podudarni te da je broj različitih rasporeda koji se ne mogu dobiti rotacijama i simetrijama iz drugih jednak 12. Na slici 2 prikazan je jedan od tih rasporeda.



Slika 2. Jedno rešenje problema 8 dama

Geometrija na šahovskoj tabli

Šahovska tabla svojim oblikom i podelom na polja poseduje geometrijske osobine koje omogućuju uvođenje svojevrsnog koordinatnog sistema. Kolone su na tabli obeležene latiničnim slovima od A do N, a vrste prirodnim brojevima od 1 do 8. Tako, recimo oznaka N3 predstavlja polje koje se nalazi u preseku kolone N i vrste 3. Za uvežbavanje simbolike šahovske tabele moguća su dva osnovna tipa zadataka. Prvi je da se zadata pozicija figura na tabli „pročita” a zatim simbolički zapiše, a drugi – da simbolički zapisanu poziciju učenik praktično postavi na tablu. Ovakve probleme mogu rešavati učenici nižih razreda osnovne škole, što će im kasnije biti odlična podloga za razumevanje Dekartovog pravouglog, a kasnije i drugih referentnih sistema.



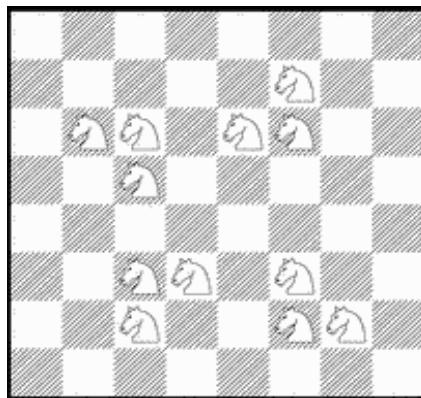
Slika 3. Simetrije na šahovskoj tabli

Zanemarujući boju polja na šahovskoj tabli možemo uočiti četiri ose simetrije: horizontalnu, vertikalnu i dve po dijagonalama, kao i centralnu simetriju. Sama početna pozicija figura na tabli je simetrična u odnosu na horizontalnu osu. Uzimajući u obzir i boju polja, prazna tabla je centralno simetrična. Ilustraciju simetrija na šahovskoj tabli možemo uočiti na slici 3. Belom kralju sa polja V1 poziciono su simetrični u odnosu na: horizontalnu osu beli top (V8), u odnosu na vertikalnu osu crni top (G1), u odnosu na dijagonalu A1H8 beli lovac (A2), u odnosu na dijagonalu H1A8 crni lovac (H7), a centralno simetričan je crni kralj (G8).

Pomeranje figure u datom pravcu i smeru je odlična propedevtička aktivnost za razvijanje pojma vektora i translacija. Tako su dva uzastopna poteza istom figurom idealan primer kompoziciju dveju translacija, a kasnije i drugih izometrijskih transformacija u ravni. Time se može doći do zaključka o predstavljanju izometrijskih transformacija preko osnih simetrija.

Kombinatorni zadaci na šahovskoj tabli

Problem 8 dama, koji smo već opisali, pripada takozvanoj klasi zadataka o nezavisnosti figura kao specijalnoj vrsti kombinatornih zadataka. U njima je potrebno pronaći kako se na tabli može rasporediti maksimalan broj figura određenog tipa tako da se međusobno „ne tuku”. Zanimljivi su takođe i problem dominacije izabranih figura. Kod tih problema je potrebno pronaći raspored minimalnog broja figura određenog tipa tako da njima budu „tučena” sva polja table. Na slici 4 predstavljeno je jedno rešenje dominacije skakača na šahovskoj tabli.



Slika 4. Dvanaest skakača koji dominiraju na šahovskoj tabli

U kombinatorne zadatke spadaju i zadaci o matematičkim turnirima koji se veoma često sreću na matematičkim takmičenjima. To su zadaci nestandardnog tipa za čije rešavanje je potrebno poznavati strukturu takmičenja. U šahu, kao i u drugim sportskim nadmetanjima postoje dva osnovna tipa njihove organizacije.

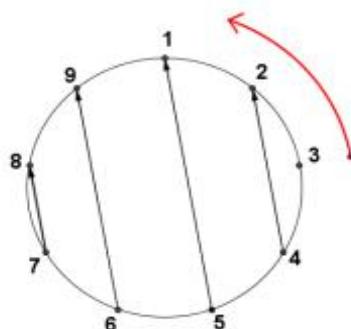
Eliminatorijski sistem takmičenja se po pravilu organizuje u slučaju velikog broja igrača. Suparnički parovi se određuju žrebom ili dirigovano poštjujući snagu igrača, tako da se izbegnu dueli „nosilaca” u prvim kolima takmičenja. Pobednici ostaju u igri dok se poraženi isključuju iz daljeg takmičenja. Takav postupak se ponavlja sve dok se ne dođe do finalnog duela čiji se pobednik smatra pobednikom takmičenja.

Kružni sistem takmičenja je pravedniji jer uključuje duele svakog učesnika sa svakim. Ovaj tip takmičenja se naziva još i Bergerov po austrijskom šahisti Johanu Bergeru, koji je za ovaj sistem takmičenja izgradio tablice rasporeda mečeva šahovskih turnira u zavisnosti od broja igrača. Pre početka takmičenja žrebom se određuju startni brojevi takmičara. U slučaju neparnog broja igrača, Bergerove tablice su istovetne tablicama sa prvim većim parnim brojem igrača. Pri tome u svakom kolu sloboden je takmičar koji za protivnika dobija nepostojecog takmičara sa najvećim rednim brojem. Takmičenje se pri ovom sistemu može organizovati kao jednokružno, dvokružno ili višekružno. U Tabeli 1 je data Bergerova tablica za jednokružno takmičenje od 9 ili 10 igrača numerisanim brojevima od 1 do 10 (Živanović, 2015).

Tabela 1. Bergerova tablica za jednokružno takmičenje od 9 ili 10 igrača

Kolo	Parovi				
1.	1:10	2:9	3:8	4:7	5:6
2.	10:6	7:5	8:4	9:3	1:2
3.	2:10	3:1	4:9	5:8	6:7
4.	10:7	8:6	9:5	1:4	2:3
5.	3:10	4:2	5:1	6:9	7:8
6.	10:8	9:7	1:6	2:5	3:4
7.	4:10	5:3	6:2	7:1	8:9
8.	10:9	1:8	2:7	3:6	4:5
9.	8:10	6:4	7:3	8:2	9:1

Jednostavniji način parovanja, tzv. grafički, osmislio je šahista Dragutin Đaja. Konstruiše se krug a izvan njega se opišu brojevi kola pravilno raspoređeni u smeru kazaljke na satu. Duel parovi za zadati redni broj kola se dobijaju tako što se broj 1 spaja linijom sa brojem odgovarajućeg kola. Ostali parovi se dobijaju tako što se linijama paralelnim ovako konstruisanoj liniji spajaju ostali brojevi. Na taj način jedan broj ostaje bez para. Ako je broj učesnika paran, igrač sa tim rednim brojem igra protiv igrača sa najvećim rednim brojem. U suprotnom je slobodan. Izuzetak je prvo kolo u kojem se parovi određuju po Bergerovom pravilu. Za određivanje takmičara sa prvenstvom prvog poteza konstruišu se strelice na ovako dobijenim linijama u brojevima na koje se prvo nailazi krećući se po krugu u smeru suprotnom od kretanja kazaljke na satu, počev od broja koji na krugu nema svog para (Slika 6).



Slika 5. Grafički metod određivanje parova u 5. kolu kružnog takmičenja pri 9 ili 10 igrača

Predmet i cilj istraživanja

U uvodu je opisano nekoliko istorijski i teorijski najznačajnijih matematičkih problema na šahovskoj tabli. Videli smo takođe da o uticaju šaha na učenje postoje oprečni zaključci kod različitih istraživača. Postavlja se pitanje šta o povezanosti matematike i šaha misle učenici naših gimnazija. Stoga smo kao predmet našeg istraživanja izabrali mišljenje učenika o uticaju igranja šaha na učenje pojedinih matematičkih disciplina. Konkretni cilj istraživanja jeste utvrditi mišljenje učenika gimnazije o potrebi uvođenja šaha u nastavu. Navedeni cilj operacionalizovaćemo na sledeće zadatke istraživanja, odnosno utvrdićemo da li učenici gimnazije uočavaju povezanost igranja šaha i učenja matematike, da li su zainteresovani za šah i da li bi prihvatali šah kao izborni predmet.

Hipoteza

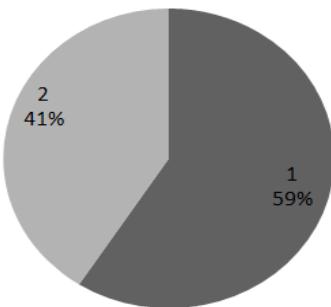
Na osnovu predmeta i cilja istraživanja možemo formulisati hipotezu: *Učenici uočavaju pozitivan uticaj igranja šaha sa učenjem matematike, na osnovu čega su mišljenja da bi šah mogao biti jedan od izbornih predmeta u gimnaziji.*

Metod

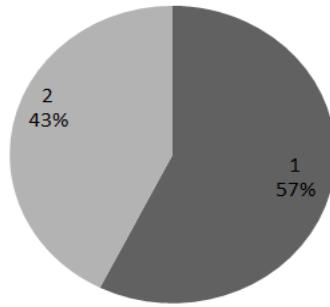
Uzorak i njegova struktura

Uzorak istraživanja čini 137 učenika Gimnazije „Josif Pančić“ iz Bajine Baštice. U pitanju je prigodni uzorak pa je istraživanje eksplorativnog tipa. U uzorku je 78 devojčica i 59 dečaka. Ako posmatramo strukturu uzorka u zavisnosti od smera gimnazije 56 učenika je društveno-jezičkog i 81 učenik prirodno-matematičkog smera (Slika 6).

1. prirodno-matematički, 2. društveno jezički



1. devojčice, 2. dečaci



Slika 6. Struktura uzorka

Metode rada

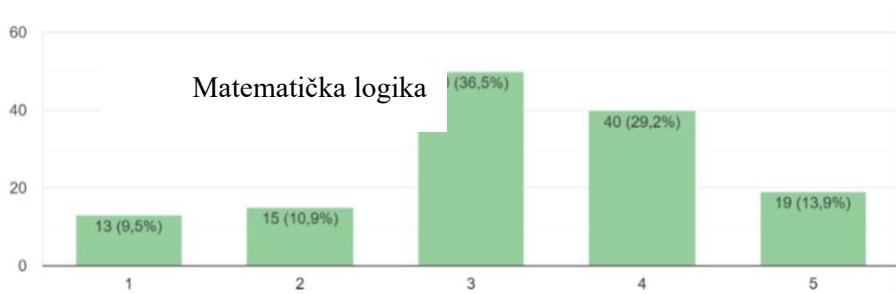
Koristili smo deskriptivnu metodu kako bismo utvrdili teorijske osnove istraživanja, obradili podatke, interpretirali rezultate istraživanja i izveli zaključak. U istraživanju smo primenili kvantitativnu i kvalitativnu analizu podataka koje smo dobili korišćenjem istraživačke tehnike skaliranja. Skaliranjem uz korišćenje skale stavova kao instrumenta ispitivali smo stavove učenika o povezanosti šaha i matematike, kao i zainteresovanost gimnazijalaca za šah. Da bi proverili pouzdanost skale stavova, odredili smo Krombahov koeficijent alfa, a kako je dobijena vrednost 0,671, zaključujemo da je skala pouzdana jer je to poželjna vrednost s obzirom na broj stavki u skali. Kratke skale sa obično manje od 10 stavki često imaju Krombahove koeficijente oko 0,5 (Pallant, 2017). Skala stavova koju smo osmisili i koristili sadrži 15 stavova, od toga 12 su stavovi sa ponuđenom petostepenom skalom na kojoj učenici beleže svoj odgovor i tri su pitanja zatvorenenog tipa, gde su im ponuđena tri, odnosno u jednom pitanju četiri odgovora od kojih biraju jedan.

Rezultati

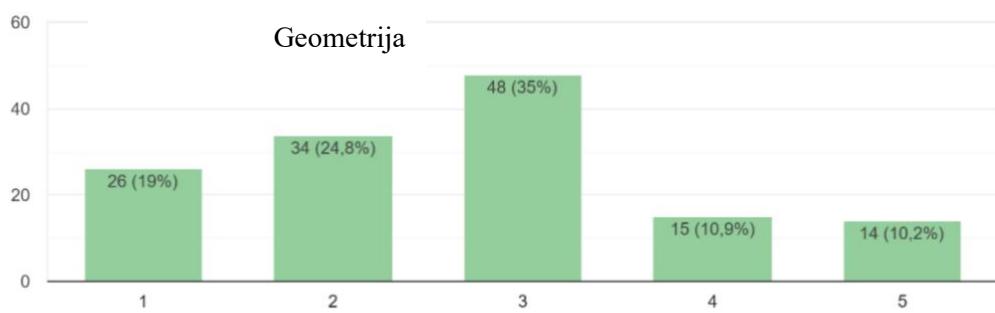
Istraživanje smo sproveli u toku školske 2023/24. godine. Skalu stavova su popunjavali učenici gimnazije uzrasta od 15 do 19 godina u vidu Gugl upitnika. Link za upitnik im je prosleđen od strane odeljenjskih starešina.

Na prvo postavljeno pitanje „Igrate li šah?“ 40 učenika je odgovorilo da šah igra retko, a 68 da uopšte ne igra šah. Ovo su očekivani odgovori jer današnji srednjoškolci slobodno vreme obično provode na mobilnim telefonima ili pred računaram. Društvene igre, pa i šah manje su popularne u poređenju sa video-igramama. To nam potvrđuju i naredna dva pitanja. Čak 59,9% učenika izjasnilo se da je zainteresovanost njihovih drugova za šah mala, a 62% učenika uopšte ne voli da rešava šahovske probleme. Bez obzira na to da li učenici igraju šah ili ne i vole li da rešavaju šahovske probleme, mogu proceniti povezanost šaha i matematike na osnovu analize potrebnih sposobnosti i strategija u šahovskim partijama tako da nas ovaj rezultat nije obeshrabrio u našem istraživanju.

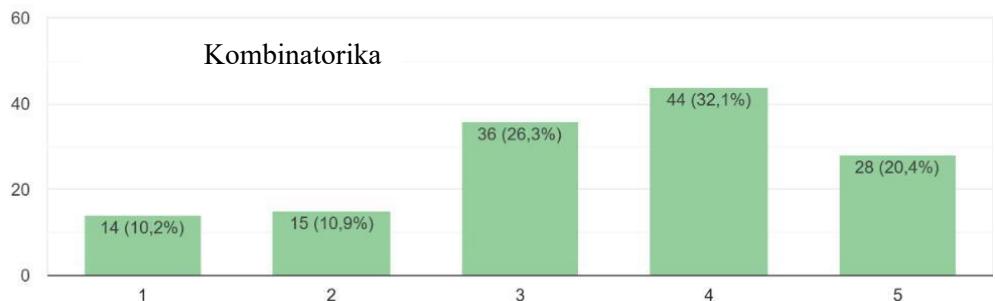
U naredna četiri pitanja učenici su procenjivali brojem od 1 do 5 u kojoj meri igranje šaha može biti od koristi u učenju sadržaja iz matematičke logike, geometrije, kombinatorike i algebre. Na slikama 7–10 predstavljeni su histogrami odgovora na ta pitanja.



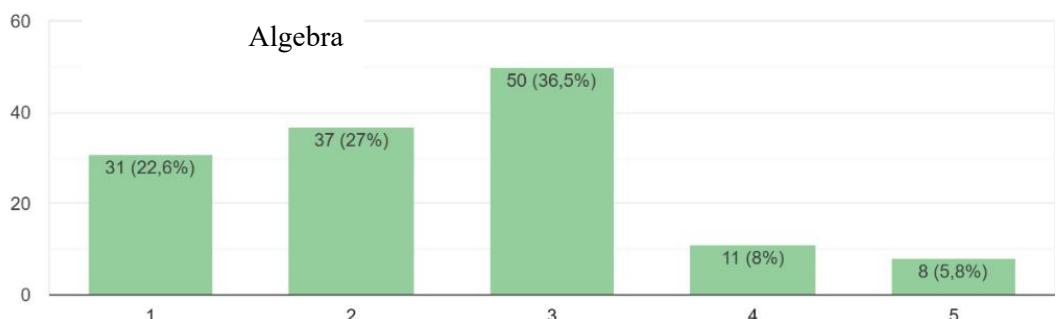
Slika 7. Procene učenika o korisnosti šaha u učenju matematičke logike



Slika 8. Procene učenika o korisnosti šaha u učenju geometrije



Slika 9. Procene učenika o korisnosti šaha u učenju kombinatorike



Slika 10. Procene učenika o korisnosti šaha u učenju algebre

Sledi sedam stavova koji se odnose na vezu igranja šaha i matematike. Za svaku tvrdnju učenici su izrazili svoj stepen slaganja sa njom tako što su označili polje na petostepenoj skali Likertovog tipa. Rezultati su prikazani u Tabeli 2.

Tabela 2. Stavovi učenika o vezi matematike i šaha

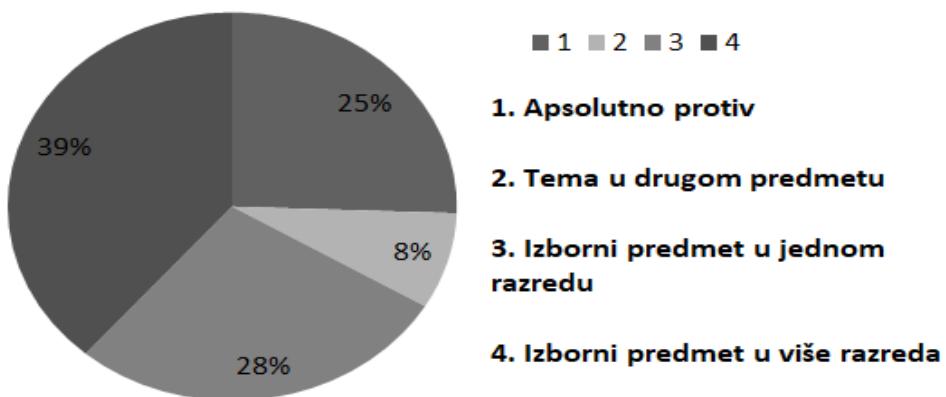
Pitanje	U potpunosti se slažem		Delimično se slažem		Neodlučan sam		Ne slažem se		Uopšte se ne slažem	
	n	f	n	f	n	f	n	f	n	f
Igranje šaha unapređuje prostorno rezonovanje i zaključivanje kod učenika.	39	28,5	56	40,9	37	27	6	4,4	2	1,5
Igranje šaha unapređuje strategije rešavanja problema.	65	47,4	39	28,5	23	16,8	9	6,6	5	3,6
Igranje šaha poboljšava koncentraciju učenika.	74	54	37	27	18	13,1	8	5,8	4	2,9
Igranje šaha doprinosi razvijanju sposobnosti logičkog mišljenja.	77	56,2	42	30,7	15	10,9	6	4,4	2	1,5
Igranje šaha razvija istrajnost u radu.	35	25,5	64	46,7	28	20,4	10	7,3	4	2,9
Igranje šaha pozitivno deluje na motivaciju učenika.	25	18,2	44	32,1	51	37,2	15	10, 9	8	5,8
Učenik koji dobro igra šah, dobar je i u matematici.	18	13,1	38	27,7	46	33,6	30	21, 9	8	5,8

Diskusija

Na osnovu rezultata sa slika 7–10 primećujemo da učenici smatraju da igranje šaha najviše pomaže pri savladavanju sadržaja iz kombinatorike (prosečna ocena 3,42). Povezanost sa sadržajima matematičke logike ocenjena je malo nižom ocenom (3,27), dok su ocene za vezu sa algebrrom (2,47) i geometrijom (2,69) niske. Bila je očekivana veća ocena za geometriju. Objašnjenje može biti to što se u zbirkama za srednje škole, kao i na takmičenjima pojavljiju najčešće zadaci iz kombinatorike na šahovskoj tabli koji zahtevaju kombinatorno-logičko mišljenje.

Ako pogledamo skalu za prvi stav primetićemo da se 69,4% učenika slaže da igranje šaha pozitivno utiče na prostorno rezonovanje i zaključivanje, a samo 5,9% ima suprotno mišljenje. Ostatak su neodlučni. To znači da učenici smatraju da igranje šaha utiče na kvalitetnije uviđanje odnosa objekata u prostoru i samim tim poboljšava prostornu orijentaciju. Čak 75,9% učenika u drugoj skali misli da igranje šaha unapređuje strategije rešavanja problema. Procenat neodlučnih je manji nego u prvoj skali – 16,8% naspram 27%. Ovaj podatak govori u prilog povezanosti šaha sa nastavom matematike jer je ona pretežno problemskog karaktera. Ono što je veći broj učenika potvrđio u trećem navedenom stavu jeste da igranje šaha poboljšava koncentraciju; samo 8,7% ne misli tako. Koncentracija je bitna u učenju uopšte pa time i u učenju matematike. Odgovori na četvrti navedeni stav ubedljivo potvrđuju povezanost igranja šaha sa uspešnošću u razvijanju i razumevanju sadržaja matematičke logike (86,9%). U samom promišljanju svojih i protivnikovih narednih poteza igrač koristi logičke operacije i pravila logičkog razmišljanja. Od misaonih operacija veoma su zastupljene analiza i sinteza. Prepoznavanjem istih pozicija učenik traži novi bolji potez kako bi stigao do efikasnijeg rešenja za svoju pobedu. Da igranje šaha razvija istrajnost u radu navodi 72,2% učenika, ali veliki broj njih, čak 46,7%, delimično se slaže sa tim. Učenici nisu sigurni da igranje šaha pozitivno deluje na motivaciju jer je 37,2% neodlučno, a 16,7% se ne slaže da igranje šaha povećava motivaciju. U poslednjoj skali primetno je da učenici ne misle da je onaj ko igra šah dobar matematičar, 33,6% je neodlučnih i 27,7% se ne slaže sa tim tvrđenjem. Može se reći i da je ovaj rezultat očekivan jer odražava diverzitet sklonosti učenika prema nastavnim oblastima.

Na kraju upitnika postavili smo pitanje: „Da li se slažete sa uvođenjem nastavnog predmeta Šah?” i dali učenicima četiri opcije. Grafikon sa odgovorima je prikazan na Slici 11.



Slika 11. Stav učenika o šahu kao nastavnom predmetu

Ako analiziramo odgovore učenika sa grafikona uočavamo da je najviše učenika za šah kao izborni predmet i to 38,7% za izborni predmet u više razreda, a 27,7% za izborni predmet u jednom razredu.

Zaključak

Istraživanje je izvedeno na nivou jedne škole i uzorku od 137 učenika. Uzorkom su obuhvaćeni učenici oba smera gimnazija i različitog opštег uspeha i matematičkih postignuća. Među anketiranim je ujednačena i polna struktura. Vrednost Krombahovog koeficijenta alfa skale stavova je 0.671, što potvrđuje njenu pouzdanost.

Na osnovu rezultata i diskusije možemo zaključiti da je naša teza potvrđena. Iako ne igraju šah tako često, učenici su svesni i primećuju povezanost šaha i matematike. Posebno ističući vezu sa matematičkom logikom (prosečna ocena 3,27) i rešavanjem problema iz kombinatorike (prosečna

ocena 3,42). Gotovo dvotrećinska većina (66,4%) učenika je za uvođenje šaha u nastavu gimnazije kao izbornog predmeta. Od toga je njih 38,7% smatra da bi predmet trebalo da se izučava u više razreda, a 27,7% u jednom razredu.

Buduća istraživanja mogu ići u smeru detaljnije analize u zavisnosti od smera koji učenici pohađaju. Takođe bi bilo interesantno kako oblikovati sadržaj izbornog predmeta. Da li ići na usavršavanje učenika u čisto šahovskoj teoriji i praksi ili uvesti i sadržaje matematičkih problema na šahovskoj tabli.

Literatura:

- Gik, I. J. (1983). *Šahmati i matematika*. Moskva: Nauka.
- Gobet, F., & Campitelli, G. (2006). Educational Benefits of Chess Instruction: A Critical Review. In: T. Redman (Ed.), *Chess and Education: Selected Essays from the Koltanowski Conference*. University of Texas. pp. 124–143.
- Hardy, G. H. (1940). *A Mathematician's Apology*. With a foreword by C. P. Snow. Cambridge: University Press, 1967.
- Kazemi, F., Yektayar, M., & Abad, A. (2012). Investigation the impact of chess play on developing meta-cognitive ability and math problem-solving power of students at different levels of education, *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 32: 372–379. DOI:[10.1016/j.sbspro.2012.01.056](https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.01.056)
- Okunev, L. J. (1935). *Kombinatorne zadači na šahmatnoj doske*. M. L.: ONTI.
- Pallant, J. (2011). *SPSS Survival Manual*. Sydney: Allen & Unwin, 4nd ed.
- Randel, J. M., Morris, B. A., Wetzel, C. D., & Whitehill, B. V. (1992). The Effectiveness of Games for Educational Purposes: A Review of Recent Research. *Simulation & Gaming*, 23 (3), 261. <http://dx.doi.org/10.1177/1046878192233001>
- Sala, G., & Gobet, F. (2017). Does chess instruction improve mathematical problem-solving ability? Two experimental studies with an active control group. *Learn Behav.* 45(4):414–421. <https://psycnet.apa.org/doi/10.3758/s13420-017-0280-3>
- Scholz, M., Niesch, H., Steffen, O., Ernst, B., Loeffler, M., Witruk, E. and Schwarz, H. (2008) Impact of Chess Training on Mathematical Performance and Concentration Ability of Children with Learning Disabilities. *International Journal of Special Education*, 23, 138-148
- Smith, J.P., & Cage, B.N. (2000) The Effects of Chess Instruction on the Mathematics Achievements of Southern, Rural, Black Secondary Students. *Research in the Schools*, 7, 19–26.
- Tanajyan, K., Melkonyan, N., & Movsisyan, S. (2021). Chess as a Social Value. *Main Issues Of Pedagogy And Psychology*, 19: 32–37. DOI:[10.24234/miopap.v19i1.390](https://doi.org/10.24234/miopap.v19i1.390)
- Trinchero, R. (2013). Can chess training improve Pisa scores in mathematics? An experiment in Italian primary school. Paris: Kasparov Chess Foundation Europe.
- Živanović, M. V. (2015). Organizacija takmičarskih duel igara. *Sinteze – časopis za pedagoške nauke, književnost i kulturu*, 4(8), 43–52. <https://doi.org/10.5937/sintezeo-9736>
- Živanović, M. V. (2016). Primena Geogebre u kreiranju matematičko-logičkih igara. *Inovacije u nastavi – časopis za savremenu nastavu*, 29(1), 115–122. <https://doi.org/10.5937/inovacije1601115Z>
- Živanović, M.V. (2019). Matematika na šahovskoj tabli, <https://www.geogebra.org/material/show/id/yqthuxaq>, pristupljeno 12. 6. 2025.

GRAMMAR SCHOOL STUDENTS' ATTITUDES ON THE CONNECTION BETWEEN MATHEMATICS AND CHESS

Summary: Mathematics and chess have a lot in common. Thought patterns of mathematicians and chess players are very close, so it is not surprising that mathematicians have had significant success in chess competitions. Former world chess champions Lasker and Euwe were professional mathematicians while Tal and Karpov demonstrated exceptional mathematical abilities in their youth. Superb mathematicians, Euler and Gauss,

engaged in combinatorial problems with chess board figures – the first one with trajectories of knight pieces and second one with distribution of queen figures on the chess board. By their nature, mathematics problems on the chess board fall under various disciplines of mathematics. These problems were initially most often of combinatorial, arithmetic or geometric type. Later, the solutions to chess problems were tackled from positions of theory of graphs and cybernetics. All this implies connection between chess and teaching of mathematics. Researches around the world about this problem have given opposing views. From those who believe that playing chess stimulates cognitive development and therefore the learning of mathematics to those who refute it. The question arises as to what opinion the students in our high schools have about it. Therefore, as a subject of research, we set the opinion of high school students on the connection of certain mathematical disciplines with chess, with the aim of determining how much this affects their interest in introducing chess as an optional subject in high school curricula. Our assumption is that the students will highly rate the correlation of chess with mathematics, and thus with the learning of mathematics, and that based on this, they will affirmatively declare the need to introduce chess into some form of teaching. The research was conducted in the 2023/24 school year on a sample of 137 students of the “Josif Pančić” Gymnasium in Bajina Bašta. The students were given a Google questionnaire in which they assessed the connection between mathematical disciplines and chess. The responses particularly emphasized the connection of chess with mathematical logic and combinatorics, while almost two-thirds of the students were in favor of introducing chess into the elective curriculum of high schools.

Keywords: mathematics teaching, chess, problem-based teaching, methodological experiment
MSC clasification 2020: 97C30, 97C70, 01A50, 01A55.

Prilog: Anketni listić

Ova anketa ima za cilj istraživanje stavova učenika gimnazije o povezanosti učenja matematike i šaha i potrebi uvođenja šaha kao izbornog predmeta u nastavu gimnazije. Vaši odgovori su anonimni i koristiće se samo u navedenu svrhu. Pažljivo pročitajte pitanja i ponuđene odgovore i izaberite one koji najbolje odražavaju Vaš stav. Zahvalni smo Vam unapred.

1. Pohađam gimnaziju smer:

- a) prirodno-matematički
- b) društveno-jezički

2. Pol:

- a) muški
- b) ženski

3. Da li igrate šah? (Označite polje ispred odgovora koji odražava Vaše mišljenje.)

- a) svakodnevno
- b) često
- c) povremeno
- d) veoma retko
- e) nikad

4. Zainteresovanost Vaših drugova za šah je:

- a) velika
- b) nemam stav
- c) mala

5. Da li volite da rešavate matematičke probleme vezane za šah?

- a) da
- b) ne
- c) neodlučan (neodlučna) sam

6. Brojem od 1 do 5 označite u kojoj meri igranje šaha može biti od koristi u učenju sadržaja iz matematičke logike.

1

2

3

4

5

7. Brojem od 1 do 5 označite u kojoj meri igranje šaha može biti od koristi u učenju sadržaja iz geometrije.

1

2

3

4

5

8. Brojem od 1 do 5 označite u kojoj meri igranje šaha može biti od koristi u učenju sadržaja iz kombinatorike.

1

2

3

4

5

9. Brojem od 1 do 5 označite u kojoj meri igranje šaha može biti od koristi u učenju sadržaja iz algebre.

1

2

3

4

5

10. Da li se slažete sa uvođenjem nastavnog predmeta Šah?

- a) apsolutno sam protiv
- b) da kao temu u okviru nekog drugog predmeta
- c) kao izborni predmet u jednom razredu
- d) kao izborni predmet u više razreda

Navedeni su neki od stavova koji se odnose na vezu igranja šaha i matematike. Za svaku tvrdnju izrazite svoj stepen slaganja sa njom, tako što ćete označiti polje koje odražava Vaš stav:

11. Igranje šaha unapređuje prostorno rezonovanje i zaključivanje kod učenika.

- a) u potpunosti se slažem
- b) delimično se slažem
- c) neodlučan sam
- d) ne slažem se
- d) uopšte se ne slažem

12. Igranje šaha unapređuje strategije rešavanja problema.

- a) u potpunosti seslažem
- b) delimično seslažem
- c) neodlučan sam
- d) neslažem se
- d) uopšte se neslažem

13. Igranje šaha poboljšava koncentraciju učenika.

- a) u potpunosti seslažem
- b) delimično seslažem
- c) neodlučan sam
- d) neslažem se
- d) uopšte se neslažem

14. Igranje šaha doprinosi razvijanju sposobnosti logičkog mišljenja.

- a) u potpunosti seslažem
- b) delimično seslažem
- c) neodlučan sam
- d) neslažem se
- d) uopšte se neslažem

15. Igranje šaha razvija istrajnost u radu.

- a) u potpunosti se slažem
- b) delimično se slažem
- c) neodlučan sam
- d) ne slažem se
- d) uopšte se ne slažem

16. Igranje šaha pozitivno deluje na motivaciju učenika.

- a) u potpunosti se slažem
- b) delimično se slažem
- c) neodlučan sam
- d) ne slažem se
- d) uopšte se ne slažem

17. Učenik koji dobro igra šah dobar je i u matematici.

- a) u potpunosti se slažem
- b) delimično se slažem
- c) neodlučan sam
- d) ne slažem se
- d) uopšte se ne slažem

Biografske note:

Milan Živanović je rođen 19. 2. 1959. u Gračanici kod Ljubovije. Osnovne studije i specijalizaciju je završio na Matematičkom fakultetu u Beogradu. Magistrirao je na PMF u Novom Sadu, a doktorirao na Filozofskom fakultetu u Istočnom Sarajevu. Od 2011. je radio kao profesor strukovnih studija na Akademiji vaspitačko-medicinskih studija u Kruševcu kao profesor strukovnih studija na grupi matematičkih predmeta.

<https://orcid.org/0000-0001-9705-2955>

Jelena Stojkanović je rođena 2. 8.1979. u Užicu. Osnovne studije je završila na Matematičkom fakultetu u Beogradu. Trenutno je na doktorskim studijama na Pedagoškom fakultetu u Užicu. Od 2003. radi kao profesor matematike u Gimnaziji „Josif Pančić“ u Bajinoj Bašti.

<https://orcid.org/0009-0003-7330-1576>